SIMULASI ARUS LALU LINTAS DENGAN MENGGUNAKAN KECEPATAN MODEL KERNER KONHÄUSER

Yessy Yusnita
Dosen Program Studi Pendidikan Matematika, Universitas Riau Kepulauan Batam

Abstract

In the real situation, the vehicle flow velocity on a road are not always in an equilibrium situation. The Kerner Konhäuser model illustrate that the vehicle flow velocity is an application of the Navier Stokes equation. The model is solved numerically by using the finite difference approach to calculate the flow velocity. The result will be used in solve the conservation equations in order to the density of traffic flow. The Simulation is carried on a single-lane road section. The results show that the vehicle flow velocity will increase if the density of the traffic flow decreases and the vehicle flow velocity will decrease if the density of traffic flow increases.

Key Words : Kerner Konhäuser model, Navier Stokes equation, conservation equation, single-lane, approximate finite difference method.

PENDAHULUAN

Arus lalu lintas terbentuk dari kendaraan-kendaraan yang melakukan interaksi antara satu dengan lainnya pada suatu jalan raya. Interaksi antar kendaraan tersebut mempengaruhi pergerakan arus lalu lintas di jalan raya, akibatnya arus lalu lintas terkadang lancar dan bisa saja tidak lancar. Akibat tidak lancarnya arus lalu lintas dapat menimbulkan masalah di jalan raya. Masalah arus lalu lintas yang sering terjadi di jalan raya adalah kemacetan.

Kemacetan adalah situasi tersendatnya atau terhentinya arus lalu lintas yang disebabkan terhambatnya mobilitas kendaraan oleh faktor-faktor seperti; perbandingan jumlah kendaraan dengan ruas jalan yang tersedia tidak seimbang, umur dan jenis kendaraan yang melintasi jalan raya pada jalur dan waktu yang sama, tidak tersedianya transportasi publik yang baik, dan adanya kecelakaan lalu lintas. Akibat dari kemacetan arus lalu lintas tersebut, timbul banyak dampak negatif di jalan raya.

Dampak negatif akibat kemacetan diantaranya adalah; ketidakstabilan arus lalu lintas, kerugian waktu, pemborosan energi, peningkatan polusi udara, peningkatan stres pengguna jalan, gangguan kelancaran kendaraan darurat seperti ambulans dan pemadam kebakaran. Oleh karena banyaknya dampak negatif yang disebabkan oleh kemacetan arus lalu lintas tersebut, maka pembahasan masalah arus lalu lintas menjadi suatu topik yang penting untuk dikaji lebih lanjut.

Masalah arus lalu lintas di jalan raya dapat dipengaruhi oleh kecepatan arus lalu lintas, kepadatan arus lalu lintas, arus lalu lintas, posisi kendaraan dan waktu, yang dinyatakan sebagai variabel-variabel yang ada di jalan raya. Arus lalu lintas di suatu ruas jalan raya dapat dimodelkan berdasarkan variabel-variabel yang ada di jalan raya tersebut dan arus lalu lintas juga memenuhi suatu persamaan konservasi. Pada persamaan konservasi ini terdapat hubungan antara kecepatan, kepadatan dan arus yang dikenal sebagai prinsip dasar pada arus lalu lintas.

Terdapat tiga jenis model yang dapat digunakan sebagai pendekatan fenomena arus lalu lintas, yaitu :

a. **Model Mikroskopik**

Model ini memodelkan respon aktual dari kecepatan suatu kendaraan terhadap kecepatan kendaraan di depannya. Variabel pada model ini dinyatakan berdasarkan posisi kendaraan dan waktu.

b. **Model Makroskopik**

Model ini dicari berdasarkan persamaan dinamika arus lalu lintas. Arus lalu lintas pada model makroskopik ini dinyatakan berdasarkan hubungan tiga variabel, yaitu kecepatan arus lalu lintas, kepadatan arus lalu lintas, dan arus lalu lintas.

c. **Model Kinetik**

Model ini merupakan level menengah antara model mikroskopik dan model makroskopik. Model kinetik dapat dicari melalui model mikroskopik.

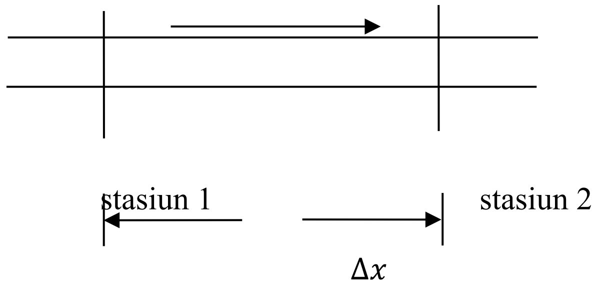
Model mikroskopik dapat dibagi menjadi beberapa jenis model, diantaranya adalah model *car-following*, model *microscopic simulations*, model *submicroscopic simulation*, dan model *cellular automato*. Sedangkan pada model makroskopik beberapa model yang dapat digunakan adalah model Lighthill-Whitham-Richard, model Payne, model Kerner Konhäuser, dan model Helbing.

Pada penelitian ini dilakukan simulasi model makroskopik dengan model kecepatan arus lalu lintas yang digunakan adalah model Kerner Konhäuser. Karena terdapat kendala dalam mencari solusi eksak untuk kecepatan arus lalu lintas pada model Kerner Konhäuser, maka digunakan metode numerik. Metode yang digunakan adalah metode aproksimasi *finite difference*.

LANDASAN TEORI

Persamaan Konservasi

Misalkan pada suatu ruas jalan raya satu jalur terdapat 2 stasiun yaitu stasiun 1 sebagai tempat masuknya aliran kendaraan dan stasiun 2 sebagai tempat keluarnya aliran kendaraan. Pada ruas jalan tersebut tidak ada tempat aliran masuk dan aliran keluar yang lain, seperti yang ditunjukkan pada gambar berikut :



Gambar 1 : Konservasi Kendaraan [sumber : Kunhe dan Michalopoulus,1997]

dimana Δx menyatakan jarak antara dua stasiun dan Δt menyatakan durasi waktu tempuh kendaraan dari stasiun 1 ke stasiun 2.

Misalkan : N_1 menyatakan banyaknya kendaraan yang masuk melewati stasiun 1 selama waktu Δt.

N_2 menyatakan banyaknya kendaraan yang keluar melewati stasiun 2 selama waktu Δt.

q_1 menyatakan arus kendaraan yang masuk melewati stasiun 1.

q_2 menyatakan arus kendaraan yang keluar melewati stasiun 2.

Asumsikan $N_1 > N_2$, yaitu banyaknya kendaraan yang masuk melewati stasiun 1 lebih banyak dibandingkan kendaraan yang keluar melewati stasiun 2. Keadaan ini dapat diterima karena tidak terdapatnya tempat lain untuk penambahan dan pengurangan kendaraan masuk atau kendaraan keluar. Pada asumsi ini berarti ada penumpukan kendaraan antara stasiun 1 dan stasiun 2, sehingga dapat dinyatakan sebagai persamaan berikut :

$$\Delta N = (N_2 - N_1) \tag{1}$$

maka ΔN dengan asumsi diatas bernilai negatif.

Berdasarkan penjelasan diatas, arus kendaraan di stasiun 1 selama waktu Δt adalah :

$$q_1 = \frac{N_1}{\Delta t}.$$

Sedangkan arus kendaraan di stasiun 2 selama waktu Δt adalah :

$$q_2 = \frac{N_2}{\Delta t}.$$

Jika $q_2 - q_1 = \Delta q$, maka,

$$\Delta q = \frac{N_2 - N_1}{\Delta t}$$

atau dapat ditulis menjadi,

$$\Delta q = \frac{\Delta N}{\Delta t} \tag{2}$$

dimana Δq menyatakan perubahan arus kendaraan pada jarak Δx pada waktu Δt.

Perhatikan gambar 1, jika Δx adalah panjang ruas jalan yang cukup pendek sehingga kepadatan arus lalu lintas pada ruas jalan tersebut bersifat *uniform*, maka peningkatan kepadatan arus lalu lintas antara stasiun 1 dan stasiun 2 selama interval waktu Δt adalah :

$$\Delta \rho = -\frac{(N_2 - N_1)}{\Delta x} = -\frac{\Delta N}{\Delta x}$$

atau dapat dituliskan kembali menjadi :

$$\Delta \mathrm{N} = -\Delta \rho \, \Delta \tag{3}$$

Jika persamaan (3) disubstitusi ke persamaan (2) maka diperoleh :

$$\Delta q = \frac{-\Delta \rho \, \Delta x}{\Delta t} \tag{4}$$

atau persamaan (4) dapat ditulis kembali menjadi :

$$\frac{\Delta \rho}{\Delta t} + \frac{\Delta q}{\Delta x} = 0 \tag{5}$$

Jika $\Delta x \to 0$ dan $\Delta t \to 0$, maka persamaan (5) dapat ditulis sebagai berikut :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = 0 \tag{6}$$

Dengan menggunakan prinsip dasar arus lalu lintas yaitu persamaan (2) maka persamaan (6) diperoleh :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho V)}{\partial x} = 0 \tag{7}$$

Persamaan (7) diatas disebut persamaan konservasi yaitu suatu persamaan yang menyatakan bahwa arus kendaraan pada ruas jalan satu arah dipertahankan untuk semua kendaraan di posisi x dan pada waktu t.

Persamaan *Navier Stokes*

Persamaan *Navier Stokes* adalah suatu persamaan yang menjelaskan tentang pergerakan suatu fluida. Aliran pada fluida dibagi menjadi dua yaitu aliran kompresibel dan aliran inkompresibel. Suatu aliran dikatakan kompresibel jika aliran tersebut mengalami perubahan volume bila diberi tekanan. Sebaliknya, jika tidak mengalami perubahan volume dikatakan aliran tersebut inkompresibel.

Persamaan *Navier Stokes* dinyatakan dalam persamaan differensial berikut dalam arah-arah x, y, z :

- $\rho(\frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_x}{\partial z}) = \rho g_x - \frac{\partial P}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} \right)$
- $\rho(\frac{\partial v_y}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_y}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_y}{\partial z}) = \rho g_y - \frac{\partial P}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial z^2} \right)$
- $\rho(\frac{\partial v_z}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_z}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_z}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z}) = \rho g_z - \frac{\partial P}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 v_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right)$

dimana : ρ menyatakan kepadatan fluida (kg/m^3),

v menyatakan kecepatan fluida (m/detik),

x, y , z menyatakan arah-arah aliran fluida,

t menyatakan waktu (detik),

g menyatakan gaya gravitasi (m/detik^2),

μ menyatakan kekentalan fluida (viskositas) (kg/m.detik),

P menyatakan tekanan fluida (kg.m/detik^2).

Persamaan – persamaan *Navier Stokes* diatas dapat dinyatakan di dalam bentuk yang lebih ringkas didalam persamaan vektor tunggal yaitu :

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = \rho g - \nabla P + \mu \nabla^2 v \tag{8}$$

dimana ∇ menyatakan operator untuk vektor.

Persamaan (8) ini merupakan persamaan *Navier Stokes* untuk aliran inkompresibel.

Jika aliran invisid atau aliran tidak kental ($\mu = 0$), maka persamaan (8) akan menjadi :

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = \rho g - \nabla P \tag{9}$$

Karena arus lalu lintas kendaraan di jalan raya dinyatakan sebagai hubungan tiga variabel kecepatan, kepadatan, dan arus, maka arus lalu lintas kendaraan dapat digambarkan sebagai sebuah aliran fluida. Sehingga arus lalu lintas dapat diperlakukan sama dengan aliran fluida. Secara analog, arus lalu lintas dinyatakan sebagai fluida satu dimensi, dimana aliran arus lalu lintas hanya satu arah. Pada arus lalu lintas, jika gaya gravitasi dan viskositas diabaikan maka $g = 0$ dan $\mu = 0$. Viskositas pada arus lalu lintas menyatakan berat dan jenis kendaraan.

Sehingga berdasarkan persamaan *Navier Stokes* (9) dan ditambah gaya yang ada pada aliran lalu lintas, maka arus lalu lintas kendaraan pada suatu ruas jalan satu arah dan satu dimensi dapat dinyatakan sebagai berikut :

$$\rho\left[\frac{\partial V}{\partial t}+V\frac{\partial V}{\partial x}\right]=-\frac{\partial P}{\partial x}+X \qquad (10)$$

dimana : ρ menyatakan kepadatan arus lalu lintas (banyak kendaraan/km),

V menyatakan kecepatan arus lalu lintas (km/jam),

x menyatakan posisi kendaraan (km),

t menyatakan waktu (jam),

τ menyatakan waktu relaksasi kendaraan (jam),

P menyatakan tekanan arus lalu lintas (banyak kendaraan.km/jam).

PEMBAHASAN

Berikut ini akan dibahas langkah-langkah simulasi yang akan digunakan untuk menghitung kecepatan arus lalu lintas dan kepadatan arus lalu lintas yang terjadi pada suatu ruas jalan.

Notasi :

- V_i^j menyatakan kecepatan arus kendaraan diposisi $x=i$ pada waktu $t=j$.
- ρ_i^j menyatakan kepadatan arus lalu lintas diposisi $x=i$ pada waktu $t=j$.

Langkah-Langkah Simulasi

INPUT : L = panjang jalan;

N = bilangan bulat sebagai nilai batas untuk i;

M = bilangan bulat sebagai nilai batas j;

T = waktu akhir tempuh arus kendaraan;

V_0 = kecepatan maksimum arus kendaraan;

ρ_{maks} = kepadatan maksimum;

τ = waktu relaksasi arus kendaraan;

Θ = variansi kecepatan arus kendaraan;

η_0 = koefisien viskositas;

ρ_e = kepadatan ekuilibrium;

initial awal : $V_0^0 = 36; V_{i+1}^0 = V_0^0 + 9; \rho_{-1}^0 = 30;$

$\rho_0^0 = \rho_0^1 = \cdots = \rho_0^M = 60; V_i^{-1} = V_i^0$

OUTPUT : V_i^{j+1}, ρ_i^{j+1} untuk setiap $i = 0,1,2,\dots,N$ dan $j = 0,1,2,\dots,M$

Langkah 1 : Hitung $\Delta x = \frac{L}{N}$;

$\Delta t = \frac{T}{M}$;

Langkah 2 : Untuk setiap $j = 0,1,2,\dots,M$;

Untuk setiap $i = 0,1,2,\dots,N$;

Lakukan langkah 3.

Langkah 3 :

$$\text{Hitung } V_e(\rho_i^j) = V_0 \left[\frac{1}{1+exp\left(\frac{\frac{\rho_i^j}{\rho_{maks}} - 0.25}{0.06}\right)} - 3.72 \text{ x } 10^{-6} \right]$$

$$V_i^{j+1} = 2\text{k} \left[-\frac{1}{\rho_i^j} \left(\Theta \frac{\rho_{i+1}^j - \rho_{i-1}^j}{2\text{h}} - \eta_0 \frac{V_{i+1}^j - 2V_i^j + V_{i-1}^j}{2h^2} \right) + \frac{1}{\tau}\left(V_e(\rho_i^j) - V_i^j\right) - V_i^j \frac{V_{i+1}^j - V_{i-1}^j}{2\text{h}} \right] + V_i^{j-1}$$

$$\rho_i^{\overline{j+1}} = \rho_i^j - V_i^{j+1} \frac{\Delta t}{\Delta x}\left(\rho_{i+1}^j - \rho_i^j\right)$$

$$\rho_i^{j+1} = \frac{\rho_i^j + \rho_i^{\overline{j+1}}}{2} - V_i^{j+1} \frac{\Delta t}{2\Delta x}\left(\rho_i^{\overline{j+1}} - \rho_{i-1}^{\overline{j+1}}\right)$$

Langkah 2 : Print;

Berhenti.

Langkah-langkah simulasi diatas dimulai dengan meminta *user* memasukan nilai-nilai dan initial awal yang dibutuhkan dalam perhitungan kecepatan dan kepadatan. Langkah pertama tentukan jarak dan waktu antara dua titik diskritisasi. Kemudian langkah 2, tentukan banyak titik diskritisasi untuk posisi i dan waktu j, lalu untuk langkah 3, lakukan perhitungan pada waktu j pertama dengan posisi i bergerak sampai N yaitu hitung kecepatan arus lalu lintas yang ekuilibrium yang bergantung pada nilai kepadatan arus lalu lintas pada posisi i dan waktu j, kemudian hitung kecepatan arus lalu lintas pada posisi i pada waktu $j+1$. Lalu hitung kepadatan arus lalu lintas untuk langkah prediktor pada posisi i dengan waktu $j+1$ dengan menggunakan nilai kecepatan yang telah dihitung sebelumnya. Kemudian hitung nilai kepadatan arus lalu lintas untuk langkah korektor dengan menggunakan nilai kepadatan pada langkah preditor dan nilai kecepatan yang sama pada langkah prediktor pada posisi i dengan waktu $j+1$. Langkah terakhir simpan nilai kecepatan dan nilai kepadatan yang telah dihitung.Kemudian kembali lakukan langkah 2 untuk proses iterasi selanjutnya sampai $j=M$ untuk $i=0,1,2,\dots,N$.

Simulasi perhitungan kecepatan dan kepadatan dilakukan untuk L,Δx, Δt, dan T yang berbeda yaitu :

Untuk L = 90 km.

N = 10.

M = 12.

T = 60/60 jam

Maka titik diskritisasi pada posisi x adalah :

$$\Delta x = \frac{L}{N} = \frac{90}{10} = 9$$

dan titik diskritisasi pada waktu t adalah :

$$\Delta t = \frac{T}{M} = \frac{60/60}{12} = \frac{5}{60}$$

Hasil Simulasi

Simulasi pertama dilakukan untuk nilai pada input sebagai berikut :

L = 90 km.

N = 10.

M = 12.

T = 60/60 jam

V_0 = 120 km/jam

ρ_{maks} = 200 kendaraan/km

τ = 0.5/60 jam

Θ = 45^2 (km/jam)^2

η_0 = 600 km/jam

ρ_e = 60 kendaraan/km

V_e = 36 km/jam.

Hasil perhitungan kecepatan arus lalu lintas dan kepadatan arus lalu lintas untuk simulasi ini dapat dilihat pada tabel berikut ini :

Tabel 1 : Kecepatan Arus Lalu Lintas

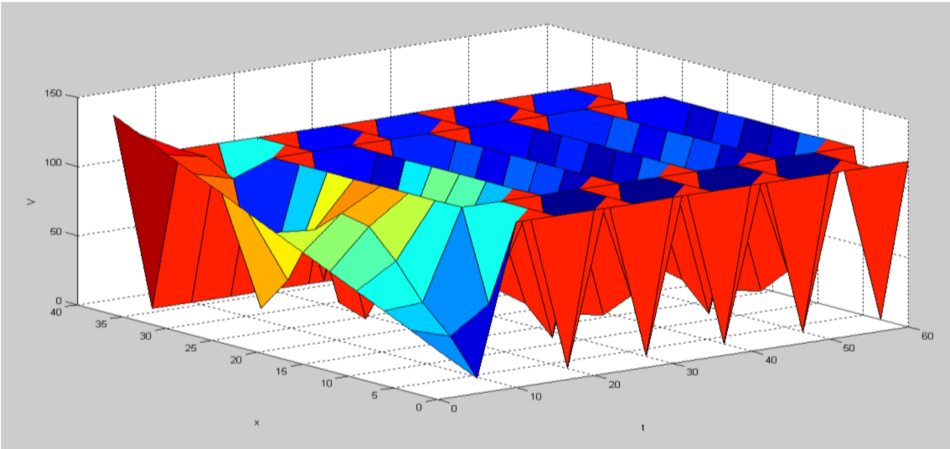
x_i \ t_j	0	1	2
0	36	32	110
1	45	46	62
2	54	68	120
3	63	95	120
4	72	117	120
5	81	120	120
6	90	120	120
7	99	120	120
8	108	120	120
9	117	120	120
10	126	120	120

Tabel 2 : Kepadatan Arus Lalu Lintas

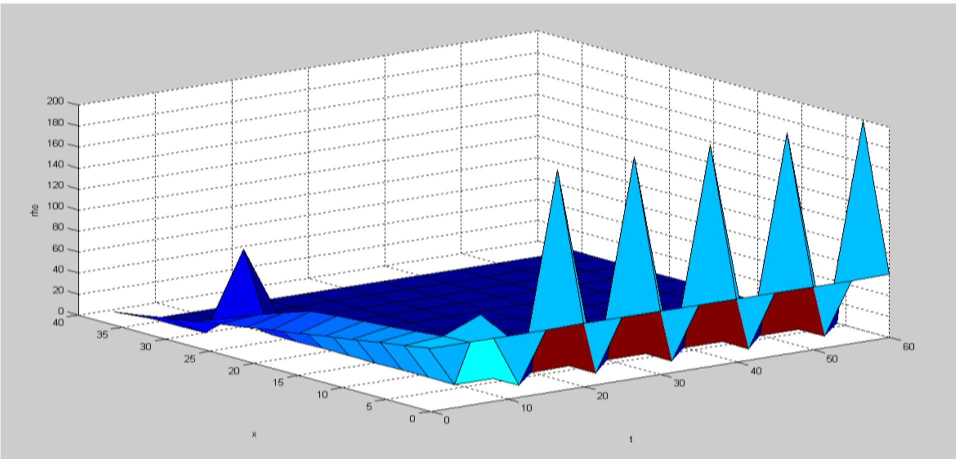
x_i \ t_j	0	1	2
0	60	60	60
1	56	58	59
2	52	54	0
3	48	51	0
4	44	48	0

5	40	0	0
6	36	0	0
7	32	0	0
8	28	0	0
9	24	0	0
10	20	0	0

Berdasarkan hasil perhitungan kecepatan arus lalu lintas dan kepadatan arus lalu lintas pada simulasi ini, akan dibuat simulasi numerik berupa plot 3D yang mengambarkan pergerakan kecepatan arus lalu lintas dan kepadatan arus lalu lintas yang ditunjukkan oleh gambar berikut :



Gambar 2 : Grafik Kecepatan Arus Lalu Lintas



Gambar 3 : Grafik Kepadatan Arus Lalu Lintas

Kesimpulan

Dari simulasi yang dilakukan terlihat bahwa dengan menggunakan kecepatan model Kerner Konhäuser hasil yang diperoleh telah sesuai dengan prinsip dasar arus lalu lintas.

Pengaruh kecepatan arus lalu lintas pada model Kerner Konhäuser terhadap kepadatan arus lalu lintas memenuhi kondisi arus lalu lintas di jalan raya yaitu jika kecepatan arus lalu lintas meningkat maka kepadatan arus lalu lintas akan berkurang dan sebaliknya, jika kepadatan arus lalu lintas meningkat maka kecepatan arus lalu lintas akan menurun.

Daftar Pustaka

Burden , R.L and Faires, J,D. (2001). *Numerical Analysis*. Youngstown State University.

Elbes, J.A.C.M. (2005). *Development of An Indicator for Traffic flow Stability with Aplication to Ramp Metering*. Beuningen.

Helbing, D. (1995). *Improved Fluid-Dynamic Model for Vehicular Traffic Flow.* Phys. Rev. E., 51(4):pp.3164-pp.3169.

Hoogendoorn, P.S and Bovy Piet H.L. (2001). *State of The Art of Vehicular Traffic Flow Modelling.* J. Syst. Control. Eng.215,pp. 283–303.

Kerner, B.S and Konhauser, P. (1993). *Cluster Effect in Initially Homogeneous Traffic Flow.* Phys. Rev. E., 48(4) : pp.2335-pp.2338.

Kunhe, R dan Michalopoulus, P. (1997). *Continum flow Model.* Germany

Lighthill, M.B and Whitham, G.B. (1955). *A theory of Traffic Flow on Long Crowded Roads, on Kinematic Waves. II.* Proc.Roy. Soc. London. Ser. A., 229:pp.317-pp.345.

Miyashita, K and Kawamura, T. (2006). *Numerical Simulation of Vehicular   Traffic With A Junction On a Circular Road.* Natural Science Report, Ochanemizu University. Vol. 57. No. 2.

Munir, R. (2008). *Metode Numerik*. Penerbit : Informatika Bandung.

Ponidi, Alhaji, dan Wibowo, Ari. (2002). *Persamaan Diferensial Parsial dan Syarat Batas serta aplikasinya.* FMIPA UI.

Schlichting. (1979). *Boundary-Layer Theory* (McGraw-Hill). New York.

Welty, James R., et al. (2002). *Dasar-Dasar Fenomena Transport.* Penerbit : Erlangga. http://books.google.co.id